NEUE BEARBEITUNG DER PHOTOMETRISCHEN UND SPEKTROSKOPISCHEN BEOBACHTUNGEN DER VERÄNDERLICHEN VOM δ CEPHEI-TYPUS.

INAUGURAL-DISSERTATION

ZUR

ERLANGUNG DER DOKTORWÜRDE

GENEHMIGT

VON DER PHILOSOPHISCHEN FAKULTÄT

DER

FRIEDRICH-WILHELMS-UNIVERSITÄT ZU BERLIN.

VON

JOHANNES HELLERICH

AUS HAMBURG.

ACAD.
LUGD.BAT.
BIBL.

TAG DER PROMOTION 31. MAI 1913.

240

Referenten:

Professor Dr. Struve.

Professor Dr. Cohn.

Bonn 1913.

Carl Georgi, Universitäts-Buchdruckerei und Verlag.

Unter den kurzperiodischen Veränderlichen bieten noch heute die Veränderlichen vom δ Cephei-Typus vieles Rätselhafte dar; während bei den Algol- und β Lyrae-Variablen der Lichtwechsel durch die Annahme gegenseitiger Bedeckung sich im wesentlichen erklären lässt, ist es bisher nicht gelungen, eine Hypothese aufzustellen, die in einwandfreier Weise den Lichtwechsel der δ Cephei-Veränderlichen darstellt. Wohl haben die spektroskopischen Beobachtungen gezeigt, dass auch diese Veränderlichen Doppelsternsysteme sind; während aber bei den Algol- und β Lyrae-Sternen die Entdeckung der Duplizität den Beweis für die Richtigkeit der Bedeckungshypothese lieferte, zeigte bei den Cepheiden die Vergleichung der Phasen des Lichtwechsels mit der Bahnbewegung, dass diese Hypothese hier völlig unzulässig ist. Auch die später aufgestellten Theorien wie die Gezeitenhypothese, die Hypothese von Curtis und Loud, sowie die der letzteren verwandte von Duncan haben die vorhandenen Eigentümlichkeiten des Lichtwechsels nicht völlig zu erklären vermocht.

Da das Material, d. h. die aus den Beobachtungen abgeleiteten Elemente der Bahnbewegungen und des Lichtwechsels, welche die Grundlagen der erwähnten Untersuchungen bildeten, nur als provisorisch bezeichnet werden kann, erschien es angebracht, eine möglichst einheitliche Neubearbeitung des gesamten Materials vorzunehmen, um eine sichere Grundlage für spätere Untersuchungen über die Natur des Lichtwechsels zu schaffen. Leider sind die Beobachtungen bei einigen Sternen noch sehr dürftig, besonders der Mangel an Helligkeitsbeobachtungen macht sich unangenehm bemerkbar, so dass die photometrischen Elemente nicht immer die gewünschte Sicherheit besitzen.

Die Angaben über das bei der Reduktion der photometrischen und spektroskopischen Beobachtungen angewandte Verfahren finden sich in den betreffenden Abschnitten.

Es sei mir an dieser Stelle gestattet, Herrn Geheimrat Müller für die Überlassung der Literaturverzeichnisse der photometrischen Beobachtungen dieser Veränderlichen zu danken, sowie Herrn Dr. Guthnick, dem ich die Anregung zu nachstehender Untersuchung verdanke, für die Kontrollbeobachtungen, die derselbe für den Stern T Vulpeculae ausführte.

Die photometrischen Beobachtungen.

Bei der Reduktion der photometrischen Beobachtungen stellte es sich heraus, dass das Material für die verschiedenen Sterne ein sehr ungleiches ist, bei den südlichen Sternen (*X* und *W* Sagittarii) fehlten neuere Beobachtungsreihen gänzlich. Ferner ergaben sich vielfach Missstimmigkeiten zwischen den Epochen der Maxima und Minima des Lichts, welche aus Beobachtungsreihen nach der Methode der Stufenschätzungen erhalten worden waren, und den aus photometrischen Beobachtungen abgeleiteten. Die Ursache war besonders bei den älteren Reihen von Sawyer und Yendell auf die ungenügende Kenntnis der Lichtkurven und Periodenwerte zurückzuführen. Die mit Hilfe von schlecht bestimmten Lichtkurven und Perioden abgeleiteten Maxima und Minima sind dann sämtlich um konstante Beträge verfälscht und geben so zu systematischen Fehlern der Epochen Anlass. Bei den neueren Beobachtungen wurden, soweit die einzelnen Beobachtungen zugänglich waren, direkt aus den graphischen Darstellungen der einzelnen Beobachtungen, die auf eine Epoche reduziert wurden, die Phasen der Maxima und Minima abgelesen. Bei der Ableitung der Werte der Periode des Lichtwechsels wurden im allgemeinen nur die Maximumepochen benutzt, da die Minima häufig sehr unsicher zu bestimmen sind, und von den verschiedenen Beobachtern verschiedene Phasen als Minimum angesprochen wurden. In vorliegender Untersuchung ist bei den neueren Beobachtungen stets der Moment bestimmt worden, der den Beginn des eigentlichen stärkeren Lichtanstiegs darstellt und nicht die Phase des Minimums, welches bei einigen Sternen beträchtliche Zeit dauert und dementsprechend unsicher ist.

Für zwei Sterne erwies es sich als nötig, Kontrollbeobachtungen auszuführen; für *T* Vulpeculae wurden dieselben von Herrn Dr. Guthnick an einem 6-Zöller in Verbindung mit einem Zöllnerschen Photometer ausgeführt, für *R T* Aurigae vom Verfasser an demselben Instrument.

Die photographischen Beobachtungen wurden ebenfalls zur Ableitung der Elemente herangezogen, da sich bei keinem Sterne Phasenverschiebungen der photographischen Epochen gegenüber den photometrischen ergaben. Bei den bei einigen Sternen auftretenden sekundären Wellen auf dem absteigenden Aste der Lichtkurve wurde die Phase des Gipfelpunktes der Welle zur Bestimmung des Ortes derselben benutzt.

Die Ableitung der photometrischen Elemente geschah in folgender Weise: Fasst man nahe zusammenliegende Epochen der Maxima zu Normalepochen E_B unter Benutzung des für diese Zwecke stets hinreichend bekannten Periodenwertes zusammen und vergleicht sodann diese Normalepochen mit einem genäherten Elementensystem E und p, wo E die Ausgangsepoche und p die Periode ist, so hat man

$$E_R = E + np.$$

Bildet man sodann die Werte $E_B - E_R = B - R$, so gelten für diese die Gleichungen

$$B - R = dE + ndp,$$

welche nach der Methode der kleinsten Quadrate behandelt werden und die Korrektionen dE und dp der Ausgangselemente liefern. Säkulare oder langperiodische Änderungen des Periodenwertes anzunehmen erwies sich bei keinem Stern als notwendig. Sämtliche Angaben der Epochen sind in Tagen der julianischen Periode und in mittlerer Zeit Greenwich gegeben.

δ Cephei.

Eine eingehende Bearbeitung der sämtlichen Stufenschätzungsbeobachtungen dieses Sterns ist von Meyermann ausgeführt worden. Derselbe erhält als Elemente des Lichtwechsels (Dissertation Göttingen 1897):

$$\text{Max. } 2393375^{d}.339 + 5^{d}.366404.$$

Diese Elemente stellen die Beobachtungen bis in die Neuzeit völlig dar, wie die nachstehende Tabelle zeigt:

Jahr	Beobachter	Epoche	B—R	Literaturnachweis
			^{d}	
1880	Schur	2707	+0.09	A. N. Bd. 167, Nr. 3985
1897	Nijland	3836	−0.08	
1899	Glasenapp	3998	−0.02	
1899	Wirtz	4025	−0.01	
1905–06	Meyermann*)	—	+0.04	A. N. Bd. 175, Nr. 4177
1907	Stebbins	4476	−0.07	Aph. J. 1908 Bd. 27

*) Epoche und Beobachtungszeit nicht näher angegeben.

Für die Differenz [Max.—Min.] hat man für die verschiedenen Beobachter folgende Werte M−m:

Beobachter	M—m
	^{d}
Argelander	1.61
Schönfeld	1 57
Schur	1.58
Nijland	1.37
Glasenapp	1.47
Wirtz	1.44
Meyermann	1.57
Stebbins	1.42

Als Mittelwert ergibt sich $M-m = 1^{d}.50$.

Auf dem absteigenden Aste der Lichtkurve sind zwei sekundäre Wellen vorhanden. Zur Bestimmung der Phase der Gipfelpunkte dieser Wellen wurden die drei neuesten Beobachtungsreihen benutzt. Es ergab sich:

Beobachter	I. Welle	II. Welle
Wirtz	$1^{d}.5$	$2^{d}.8$
Meyermann	—	$2^{d}.7$
Stebbins	$1^{d}.6$	$2^{d}.8$

Als Mittel wurde angenommen:

I. Welle $1^{d}.55$ nach dem Lichtmax.

II. Welle $2^{d}.77$ „ „ „

η Aquilae.

Aus den Stufenschätzungsbeobachtungen von 1794—1898 leitet Luizet A. N. Bd. 163 Nr. 3911 folgende Elemente des Lichtwechsels ab:

$$\text{Max. } 2396168^{d}.74 + 7^{d}.176382 + 0^{d}.14 \sin(0°.044\,n + 304°).$$
$$\text{Min. } 2396166.36$$

Zur Prüfung der Realität des obigen periodischen Gliedes wurden die Elemente verglichen mit den Beobachtungen von Schwarzschild und Kohlschütter. Man erhält sodann:

Beobachter	Epoche		$B-R_I$	$B-R_{II}$
			d	d
Luizet	2655	Max.	+0.11	−0.01
		Min.	+0.09	−0.03
Schwarzschild	2550	Max.	−0.16	−0.29
		Min.	−0.33	−0.46
Kohlschütter	3000	Max.	−0.09	+0.05
		Min.	−0.03	+0.11

Die Grössen $B-R_I$ sind die Darstellung der Beobachtungen ohne das periodische Glied, die $B-R_{II}$ bei Mitnahme desselben. Da die Einführung des Gliedes keine wesentliche Verbesserung herbeiführt, ist es in vorliegender Arbeit fortgelassen worden.

Für die bei diesem Sterne beobachteten sekundären Wellen wurden aus den drei Beobachtungsreihen folgende Werte der Phase des Maximums der Wellen erhalten:

Beobachter	I. Welle	II. Welle
	d	d
Luizet	2.6	4.2
Schwarzschild	2.1	3.8
Kohlschütter	1.8	4.2

Im Mittel ergibt sich: I. Welle 2.d17 nach dem Lichtmaximum
II. „ 4.07 „ „ „

ζ Geminorum.

Aus der Vergleichung von 580 Maximumbestimmungen mit den photometrischen Elementen des dritten Chandlerschen Katalogs:

$$\text{Max. } 2410640^d.60 + 10^d.15382$$

erhält Guthnick folgende Elemente:

$$\text{Max. } 2410640^d.42 + 10^d.15457 \quad M-m = 5^d.15.$$

André erhält im Traité d'astronomie stellaire Bd. II S. 279 als Wert der Periode $10^d.15467$, in guter Übereinstimmung mit dem von Guthnick abgeleiteten Periodenwert. Neuere Beobachtungen dieses Sterns sind nicht veröffentlicht worden. Die photographischen Beobachtungen von Wirtz gestatten wegen ihrer geringen Zahl keine sichere Epochenbestimmung.

α Ursae minoris.

Von diesem Stern liegen folgende Beobachtungsreihen seiner Helligkeitsschwankungen vor:

1. Die photographischen Beobachtungen von Hertzsprung (A. N. 4518 Bd. 189); dieselben ergaben als Elemente des Lichtwechsels:

$$\text{Max. } 2418985^d.86 \text{ M. Z. Gr.} + 3^d.9681.$$

Die Lichtkurve lässt sich durch eine Sinuskurve, $\Delta m = 0^m.0856 \sin(2\pi P + 42°6)$, darstellen.

2. Beobachtungen mit einem Selenphotometer von Stebbins (A. N. 4596 Bd. 192); die Beobachtungen ergaben als Epoche:

$$\text{Max. } 2418985^{d}.90 \text{ M. Z. Gr.}$$

und für die Form des Lichtwechsels $\Delta m = 0^{m}.0392 \sin (2\pi P + 34°2)$.

Als Maximumepochen wurden in vorliegender Untersuchung das Mittel der beiden obigen Werte benutzt:

$$\text{Max. } 2418985^{d}.88 \text{ M. Z. Gr.} + 3^{d}.9681.$$

Die Epoche des Minimums wurde folgendermassen angesetzt:

$$\text{Min. } 24148984^{d}.08.$$

Dieselbe ist der graphischen Darstellung der Beobachtungen von Hertzsprung entnommen worden und stellt den Moment des eigentlichen Beginns des Lichtanstieges dar.

T Vulpeculae.

Für diesen Stern leitet Luizet A. N. Bd. 192 Nr. 4596 folgende Elemente des Lichtwechsels ab:

$$\text{Max. } 2409849^{d}.08 + 4^{d}.435521 \text{ M. Z. Gr.}$$

Vergleicht man mit diesen Elementen die Beobachtungen von Luizet, Zeipel, Wilkens, Pickering und Guthnick, so erhält man folgende Darstellung $B-R_I$:

Beobachter	Epoche	M. Z. Gr.	$B-R_I$	$B-R_{II}$
Pickering	980	$2414200^{d}.2$	$-0^{d}.10$	$-0^{d}.06$
Wilkens	1626	17061.2	−0.08	−0.04
Zeipel	1793	17802.0	−0.03	+0.01
Guthnick	2120	19252.4	−0.06	−0.02

Luizet

Epoche	$B-R_I$	$B-R_{II}$
1150	$0^{d}.00$	$+0^{d}.04$
1350	−0.03	+0.01
1500	−0.03	+0.01
1650	−0.06	−0.02
1850	−0.04	0.00
2050	−0.02	+0.02

Man ersieht aus den $B-R_I$, dass die sämtlichen Beobachtungen von der Epoche 1000 ab negative B−R liefern. Da obige Elemente aus dem Gesamtmaterial abgeleitet, und wie aus der Tabelle der Maxima A. N. 4596 ersichtlich, zwischen den älteren Beobachtungsreihen systematische Abweichungen untereinander vorhanden sind, so wurden die neueren Beobachtungen für sich ausgeglichen. Man erhält aus den obigen $B-R_I$ durch Ausgleichung:

$$dp = \pm 0^{d}.000$$

$$dE = -0^{d}.04$$

somit als neue Elemente:

$$\text{Max. } 2409849^{d}.04 + 4^{d}.435521$$

und als Darstellung die Werte $B-R_{II}$.

Als Differenz Max.—Min. ergibt sich für die einzelnen Beobachter:

Luizet	$M-m = 1^{d}.0$	Amplitude	$0^{m}.90$ (visuell)
Pickering	1.0		0.80 (visuell)

Wilkens	M—m	1.d2	Amplitude 1.m20 (photogr.)
Zeipel		1.2	0.90 (visuell)
Guthnick		1.0	0.70 (visuell).

Im Mittel ist M—m=1.d07; als Amplitude des Lichtwechsels erhält man im Mittel:

photographisch 1.m20

visuell 0.m80.

Sekundäre Wellen sind bei diesem Stern nicht vorhanden.

RT Aurigae.

Von diesem Stern lagen nur zwei Beobachtungsreihen vor. Photometrische Beobachtungen von Zeipel und Stufenschätzungen von Williams und Astbury (Journal of the British Astronomical Association Bd. 15, 1907); ferner einige Beobachtungen in der Potsdamer Durchmusterung, welche sehr günstig über die Periode verteilt sind, so dass sich aus ihnen eine Epoche ableiten lässt.

Zur Kontrolle der Astburyschen Elemente des Lichtwechsels wurden von mir am 6-Zöller der Berliner Sternwarte in Verbindung mit einem Zöllnerschen Photometer Revisionsbeobachtungen ausgeführt in der Zeit von 1910 Februar 29 bis Mai 1.

Folgende Normalepochen wurden aus den Beobachtungsreihen abgeleitet:

Jahr	Beobachter	E	Max.	B—R	M—m
			d	d	d
1894	Müller u. Kempf	0	2414362.30	0.00	0.8
1907	Astbury	754	17173.40	+0.04	1.2
1907	Zeipel	925	17661.70	—0.06	0.9
1910	Hellerich	1177	18750.40	+0.01	0.9

Die B—R wurden erhalten durch Vergleichung mit den Elementen:

Max. 2414362.d30+3.d7282.

Dieselben stellen den Lichtwechsel völlig dar, als Mittelwert für M—m wurde M—m=1.d0 angenommen.

X Sagittarii.

Aus den Beobachtungen von Schmidt (A. N. Bd. 87 Nr. 2070 usw.) und Yendell wurden folgende Normalepochen abgeleitet:

Maxima				Minima			
E	M. Z. Gr.	B—R_I	B—R_{II}	E	M. Z. Gr.	B—R_I	B—R_{II}
	d	d	d		d	d	d
0	2403169.86	—0.69	—0.07	0	2403167.03	—0.52	+0.03
156	4263.72	—0.53	+0.02	156	4260.77	—0.48	0
311	5350.50	—0.49	—0.03	311	5347.51	—0.48	—0.13
468	6451.53	—0.35	+0.04	468	6448.51	—0.37	—0.05
628	7573.41	—0.30	0	628	7570.60	—0.11	+0.12
782	8653.30	—0.16	+0.07	782	8650.27	—0.19	—0.03
1145	11198.60	—0.01	+0.04	1145	11195.50	—0.11	—0.13
1304	12313.23	—0.19	—0.22	1304	12310.58	+0.16	+0.06
1460	13407.72	+0.53	+0.41	1460	13404.35	+0.14	—0.06

Die Normalepochen wurden sodann verglichen mit den folgenden Elementen:

Max. 2403170.d55
Min. 2403167.55 M. Z. Gr. + 7.d0114,

woraus sich die Werte B—R_I ergeben.

Gleicht man dieselben aus, so erhält man

aus den Maxima: $dp = +0^d.000530$ $dE = -0^d.64$
aus den Minima: $dp = +0.000470$ $dE = -0.55$

und somit als neue Elemente, wenn die dp aus den Maxima und Minima gleiches Gewicht erhalten:

Max. $2403169^d.93$
Min. 3167.00 M. Z. Gr. $+7^d.01190$,

welche die Darstellung $B-R_{II}$ liefern.

Die Pickeringschen Beobachtungen dieses Sterns ergeben wegen ihrer geringen Zahl keine sichere Epoche.

Bestimmt man aus der Schmidtschen Lichtkurve A. N. Bd. 87 Nr. 2070 die Phase des Beginns des eigentlichen Lichtanstiegs, so erhält man $M-m = 2^d.3$, welcher Wert im dritten Abschnitt statt des Wertes $M-m = 2^d.93$ benutzt worden ist, der sich aus den obigen Elementen ergibt und die Phase des kleinsten Lichtes darstellt, welche sich aber nur unsicher bestimmen lässt.

W Sagittarii.

Aus den Beobachtungen dieses Sterns von Schmidt und Yendell wurden folgende Normalepochen abgeleitet:

Maxima

E	M. Z. Gr.	$B-R_I$	$B-R_{II}$
	d	d	d
0	2403199.00	+0.20	+0.12
144	4292.33	−0.09	−0.14
286	5370.96	+0.11	+0.09
429	6456.94	+0.05	+0.07
576	7573.39	+0.10	+0.14
720	8666.78	−0.13	−0.06
1054	1203.07	−0.44	−0.29
1200	2312.23	−0.09	+0.09
1409	3899.33	−0.26	−0.04
1681	5965.03	−0.29	−0.01

Minima

E	M. Z. Gr.	$B-R_I$	$B-R_{II}$
	d	d	d
0	2403195.80	−0.00	−0.02
144	4289.24	−0.18	−0.17
287	5375.36	−0.08	−0.04
430	6461.48	−0.00	+0.08
576	7570.21	−0.08	+0.02
720	8663.80	−0.11	+0.02
1054	1200.45	−0.06	+0.15
1200	2309.07	−0.25	−0.01
1409	3896.22	−0.37	−0.11
1536	4860.89	−0.22	+0.09

Die Normalepochen wurden mit den Elementen des dritten Chandlerschen Katalogs:

Max. $2403198^d.80$
Min. 3195.82 M. Z. Gr. $+7^d.5946$,

welche die Darstellung $B-R_I$ liefern, verglichen. Gleicht man dieselben aus, so erhält man

aus den Maxima:	aus den Minima:
$dp = -0^d.000274$	$dp = -0^d.000153$
$dE = +0^d.13$	$dE = -0^d.02$.

Als neue Elemente erhält man, wenn den Werten dp aus den Maxima und Minima gleiches Gewicht erteilt wird:

Max. $2403198^d.88$
Min. 3195.82 M. Z. Gr. $+7^d.594386$,

welche die Darstellung $B-R_{II}$ liefern.

Die Darstellung der Pickeringschen Beobachtungen durch die neuen Elemente ist die folgende:

Epoche	Maximum	$B-R_{II}$	$M-m$
1486	$2414484^d.0$	$-0^d.13$	$2^d.5$.

Die Schmidtsche Lichtkurve (A. N. Bd. 87 Nr. 2070) bestätigt den aus den Pickeringschen Beobachtungen folgenden Wert für $M-m=2^d.5$, wenn auch hier wie bei *X* Sagittarii statt des Minimums der Beginn des eigentlichen Lichtanstiegs bestimmt wird, welcher im folgenden benutzt worden ist. Für die aus Pickerings Beobachtungen sich unzweifelhaft ergebende sekundäre Welle des absteigenden Astes wurden als Phase des Gipfels derselben angenommen: Lichtmaximum $+2^d.1$.

Y Sagittarii.

Aus den Beobachtungen von Sawyer, Yendell und Luizet wurden folgende Normalepochen abgeleitet:

	Maxima				Minima			
Beobachter	E	M. Z. Gr.	$B-R_I$	$B-R_{II}$	E	M. Z. Gr.	$B-R_I$	$B-R_{II}$
Sawyer	60	$2410521^d.44$	$+0^d.04$	$-0^d.02$	30	$2410346^d.37$	$+0^d.17$	$+0^d.06$
Yendell	180	11214.17	−0.04	−0.09	150	11038.97	−0.04	−0.14
Sawyer	210	11387.56	+0.15	+0.11	180	11212.30	+0.09	0
Yendell	370	12311.34	+0.18	+0.16	370	12309.07	−0.09	−0.15
Sawyer	440	12715.19	−0.11	−0.12	440	12713.16	−0.14	−0.12
Yendell	700	14216.33	−0.05	−0.03	700	14214.60	+0.22	+0.09
Luizet	810	14851.41	−0.04	0	810	14849.38	−0.07	−0.07
Luizet	1000	15948.43	+0.03	+0.09	1000	15946.53	+0.13	+0.15
Yendell	1000	15948.25	−0.15	−0.09	1000	15946.48	+0.08	+0.06

Die Werte $B-R_I$ wurden erhalten durch Vergleichung der Normalepochen mit den Elementen:

$$\begin{matrix}\text{Max. } 2410175^d.00 \\ \text{Min. } 2410173.00\end{matrix} +5^d.7734.$$

Gleicht man dieselben aus, so erhält man

aus den Maxima: $dp=-0^d.000110$ $dE=+0^d.08$

aus den Minima: $dp=-0^d.000154$ $dE=+0^d.10$.

Als neue Elemente ergeben sich sodann, wenn $dp=-0^d.000132$ genommen wird,

$$\begin{matrix}\text{Max. } 2410175^d.08 \\ \text{Min. } \quad 173.10\end{matrix} \text{ M. Z. Gr. } +5^d.773268.$$

Die Vergleichung der Pickeringschen Beobachtungen (H. A. Bd. 46) mit den definitiven Elementen ergibt:

Epoche	Max.	B−R	M−m
748	$2414493^d.40$	$-0^d.08$	$1^d.50$.

Die Luizetsche Lichtkurve (A. N. Bd. 165 Nr. 3955) bestätigt den Wert von $M-m=1^d.50$, wie er sich aus Pickerings Beobachtungen ergibt. Es ist deshalb an Stelle des Wertes $1^d.98$, wie ihn obige Elemente geben, in der Diskussion $M-m=1^d.5$ benutzt worden, wo auch hier das für *X* und *W* Sagittarii Gesagte gilt.

Die erst nach Abschluss der Untersuchung publizierten Beobachtungen von Luizet 1902 bis 1912 (Bulletin Astronomique Januar 1913) ergaben folgende Darstellung der neuen Elemente:

Jahr	Epoche	Max. $B-R_{II}$	Min. $B-R_{II}$
1904	1191	$-0^d.03$	$-0^d.02$
1908	1380	+0.34	+0.28
1912	1570	+0.08	+0.02

Y Ophiuchi.

Aus den Beobachtungen von Sawyer, Yendell und Luizet sowie den Beobachtungen von Bemporad und Padova im Jahre 1911 wurden folgende Normalepochen der Maxima abgeleitet:

Epoche	Beobachter	Jahr	M. Z. Gr.	B—R
			d	d
0	Sawyer	1882	2408694·33	+0·08
90	„	86	10233·80	—1·31
130	„	88	10920·33	+0·19
150	„	89	11262·32	—0·03
170	„	90	11604·98	+0·21
170	Yendell	90	11605·66	+0·89
190	Sawyer	91	11947·30	+0·12
190	Yendell	91	11948·71	+1·53
210	Sawyer	92	12289·60	0·00
210	Yendell	92	12290·23	+0·63
230	Sawyer	93	12631·81	—0·21
250	„	94	12974·44	+0·02
320	Yendell	97	14190·30	+0·31
340	Luizet	98	14515·45	+0·16
360	„	99	14858·09	+0·39
380	„	1900	15200·50	+0·39
400	„	00	15543·31	+0·79
420	Yendell	01	15884·71	—0·23
430	Luizet	02	16056·05	—0·10
450	„	03	16398·70	+0·14
470	„	04	16740·77	—0·20
584	Bemporad-Padova	11	18690 75	—1·99

Die Normalepochen wurden verglichen mit den Hisgenschen Elementen:

$$\text{Max. } 2408694^{d}\cdot25+17^{d}\cdot1207,$$

woraus sich die Werte B—R ergeben. Die Minima sind wegen der grossen Unsicherheit dieser Phase nicht zur Ableitung neuer Elemente benutzt worden; der Stern verweilt nämlich etwa 2—3 Tage im Minimum der Helligkeit.

Aus der Darstellung B—R ergibt sich, dass zwischen der Beobachtungsreihe von Sawyer und Yendell starke Unterschiede bestehen. Bildet man für die Epochen 170, 190, 210 die Differenz der B—R für Sawyer und Yendell, so ergibt sich:

$$\begin{aligned} E=170 \quad &\text{Diff.} = -0^{d}\cdot68 \\ E=190 \quad &\quad -1\cdot41 \\ E=210 \quad &\quad -0.63. \end{aligned}$$

Da die Beobachtungen des Jahres 1911 eine starke negative Abweichung ergeben, also den starken positiven Gang der Yendellschen Beobachtungen bestätigen, fällt die obige Abweichung den Sawyerschen Beobachtungen zur Last.

Bei der Ableitung neuer Elemente sind deshalb die Beobachtungen von Sawyer nicht berücksichtigt worden. Es ergaben sich folgende Hauptepochen:

Beobachter	Epoche	B—R I	Gew.	B—R II
		d		d
Yendell	190	+1·09	1	—0·4
„	320	+0·31	1/4	—0·1
Luizet	370	+0·44	1	+0·2
Yendell	420	—0·23	1/4	+0·4
Luizet	450	—0·09	1	+0·5
Bemp. Padova	584	—2 00	1	—0·4

Die Ausgleichung ergibt:

$$dp=-0^{d}\cdot0077 \quad dE=+3^{d}\cdot0,$$

somit als neue Elemente:

$$\text{Max. } 2408697^{d}\cdot25+17^{d}\cdot1130.$$

Die Darstellung der Hauptepochen ist mit $B-R_{II}$ bezeichnet. Auch diese ist nicht völlig befriedigend; für die vorliegende Arbeit stellen aber die Elemente den Lichtwechsel genügend dar, da die spektroskopischen Beobachtungen der Epoche 490 angehören und die benachbarten photometrischen Epochen im Mittel $+0^d.05$ von den Elementen abweichen.

Eine definitive Bearbeitung der photometrischen Beobachtungen kann erst vorgenommen werden, wenn neuere Beobachtungen in genügender Zahl vorliegen. Für M—m wurde der aus den Luizetschen und Sawyerschen Lichtkurven sich ergebende Wert $6^d.0$ benutzt.

In der folgenden Tabelle sind die Elemente der einzelnen Sterne zusammengestellt.

Tafel der photometrischen Elemente.

Stern	Periode	Maximum	M—m	Sekundäre Wellen
	d	d	d	
R T Aurigae	3.7282	2414362.30	1.00	
α Ursae min.	3.9681	2418985.88	1.78	
T Vulpeculae	4.435521	2409849.08	1.07	
δ Cephei	5.366404	2393375.34	1.50	1.55 und 2.77 nach dem Max.
Y Sagittarii	5.773268	2410175.08	1.50	
X Sagitarii	7.01190	2403169.93	2.30	
η Aquilae	7.176382	2396168.74	2.37	2.17 und 4.07 nach dem Max.
W Sagitarii	7.594386	2403198.88	2.50	2.1 „ „ „
ζ Geminorum	10.15457	2410640.42	5.15	
Y Ophiuchi	17.1130	2408697.25	6.00	

Spektroskopische Beobachtungen.

Die Ableitung der definitiven Bahnelemente beschränkte sich auf die Ausführung von Bahnverbesserungen, da für sämtliche Sterne schon Näherungswerte der Elemente vorlagen. Die Bahnverbesserungen wurden ausgeführt nach den von Schlesinger (Publications of the Allegheny observatory Bd. I Nr. 6) gegebenen Formeln, welche eine für die Rechnung bequeme Umformung der von Lehmann-Filhés (A. N. 3242) gegebenen Formeln der Bahnverbesserung darstellen.

Führt man folgende Bezeichnungen ein:

T Zeit des Periheldurchgangs,
w Perihellänge, gezählt vom aufsteigenden Knoten der Bahn der hellen Komponente,
$2k$ Amplitude der Geschwindigkeitskurve,
γ Schwerpunktsgeschwindigkeit,
e Exzentrizität,
μ mittlere tägliche Bewegung

und bezeichnet mit M und v die mittlere und wahre Anomalie in der Bahn, so erhält man die Radialgeschwindigkeit ds zur Zeit t aus folgenden Formeln:

$$\left.\begin{aligned} M=\mu(t-T) &= E-e\sin E \\ \operatorname{tg}{}^1/_2\, v &= \sqrt{\frac{1+e}{1-e}}\operatorname{tg}{}^1/_2\, E \\ u &= v+w \end{aligned}\right\} \quad 1.$$

$$ds=\gamma+k\cos u+ke\cos w \quad 2.$$

Die Berechnung der exzentrischen Anomalie E kann man durch Benutzung der Tafeln in den Publications of the Allegheny observatory Vol. II Nr. 17 umgehen.

Vergleicht man die mit Hilfe eines provisorischen Elementensystems berechneten Werte der Radialgeschwindigkeit mit den Beobachtungen, und nennt die Differenz beider, im Sinne Beobachtung minus Rechnung, B—R, so lassen sich die Formeln der Bahnverbesserung folgendermassen schreiben:

$$B-R=x+y\cos u+z\sin u+t\alpha\sin u+w\beta\sin u \quad 3.$$

wo

$$\left.\begin{aligned} x &= \delta\gamma+e\cos w\delta k+k\cos w\delta e-ke\sin w\delta w \\ y &= \delta k \\ z &= -k\delta w \\ t &= -k\frac{2.21}{1-e^2}\delta e \\ w &= k\mu\sqrt{\frac{1+e}{1-e}}\frac{1}{1-e}\delta T \end{aligned}\right\} \quad 4.$$

Die Auflösung der Gleichung 3 nach der Methode der kleinsten Quadrate ergibt die Werte $x\,y\,z\,t\,w$ und hieraus erhält man nach den Formeln 4 die gesuchten Elementenkorrektionen $\delta\gamma$, δk, δw, δe und δT. Die Bestimmung der Unbekannten ist aber nur eine genäherte, da in x noch die übrigen Unbekannten vorkommen. Sind die Elementenkorrektionen δk usw. klein, wie es in praxi wohl immer der Fall ist, so wird diese Methode völlig ausreichen, um mit genügender Schärfe die Elementenkorrektionen zu bestimmen.

In den hier ausgeführten Bahnverbesserungen ist $\delta\mu$ gleich Null gesetzt worden, da die Periode mit der einen Ausnahme von α Ursae min. sich mit viel grösserer Genauigkeit aus den über einen grösseren Zeitraum als die spektroskopischen Beobachtungen sich erstreckenden photometrischen Beobachtungen ermitteln lässt.

Zur Berechnung der auf Seite 23 mit angeführten Grössen $a\sin i$ und $f(m)\sin{}^3 i=\frac{m^3\sin{}^3 i}{(m+m_1)^2}$ dienten die im Lick Bull. Nr. 181 gegebenen Formeln und Werte der Konstanten:

$$a\sin i=[4.13833](1-e^2)^{1/2}\,kP.$$

$$f(m)\sin{}^3 i=[3.01642-10](1-e^2)^{3/2}\,k^3P \text{ Sonnenmassen.}$$

In den vorstehenden Formeln bedeutet m die Masse der sichtbaren Komponente, m_1 die des Begleiters, P die Umlaufszeit in der Bahn, a die grosse Halbaxe der Bahn der sichtbaren Komponente und i die Neigung der Bahn. Die in den eckigen Klammern stehenden Zahlen sind Logarithmen.

δ Cephei.

Das gesamte Beobachtungsmaterial dieses Sterns von 1894—1908 ist von Belopolsky im III. Bande der Pulkowaer Mitteilungen bearbeitet worden. Als definitive Werte der kurzperiodischen Bahnbewegung erhält derselbe:

$T=$ 1.^{d}002 (nach dem Lichtminimum)

$w=$ 82°81

$e=$ 0.36

$k=$ 19.81 km

$\gamma=-$ 6.40 km $\sin[(t-1889.16).56°59]-16.40$ km.

Da diese Elemente durch eine Bahnverbesserung erhalten worden sind, war eine Neubearbeitung nicht erforderlich.

η Aquilae.

Die Beobachtungen dieses Sterns von Campbell und Wright (Astrophysical Journal Bd. 9. 66. 1899) sind von J. van Lummel (Dissert. Amsterdam 1903) einer eingehenden Bearbeitung unterzogen worden. Als definitive Elemente findet van Lummel:

$$T = 1.218 \text{ nach dem Lichtminimum}$$
$$w = 64°52$$
$$e = 0.47$$
$$k = 19.98 \text{ km}$$
$$\gamma = -14.36 \text{ km}$$

Bei Ableitung dieser Elemente ist aber die Grösse μ nicht als bekannt angenommen worden, sondern bei der Bahnverbesserung ebenfalls bestimmt worden. Als Wert für μ findet van Lummel $\mu = 50°567 \pm 0°859$, d. h. die Periode $= 7^d.119 \pm 0^d.0169$ (M. F.), während die photometrischen Beobachtungen $P = 7^d.176382 \pm 0^d.000011$ ergeben. Die Genauigkeit der Bestimmung von μ aus den photometrischen Beobachtungen ist also bedeutend grösser als diejenige aus den Radialgeschwindigkeiten, so dass es wohl gerechtfertigt ist, μ als bekannt anzunehmen und bei der Bahnverbesserung fortzulassen, wie es bei den übrigen Sternen in vorliegender Arbeit geschehen ist. Man erhält sodann:

$$+21.667\,\delta\gamma - 1.044\,\delta k + 0.609\,\delta w' + 2.663\,\delta e' - 2.123\,\delta T = + 4.743$$
$$+8.129 \quad -1.411 \quad +1.182 \quad -0.474 \quad = -10.372$$
$$+0.815 \quad -0.273 \quad +0.111 \quad = - 0.309$$
$$+31.239 \quad -21.886 \quad = +13.714$$
$$+19.798 \quad = - 7.896$$

wobei $\delta w' = 10\,\delta w$ $\delta T' = 1000\,\delta T$ $\delta e' = 100\,\delta e$ ist.

Die Elementencorrectionen sind $\delta T = 0.00$

$$\delta w = +4°6$$
$$\delta e = -0.03$$
$$\delta k = -1.99 \text{ km}$$
$$\delta\gamma = +0.07 \text{ km}$$

Als Ausgangselemente sind bei der Ausgleichung benutzt:

$$T = 1^d.218$$
$$w = 61°0$$
$$e = 0.50$$
$$k = 22.00 \text{ km}$$
$$\gamma = -14.38 \text{ km}$$

Es ergeben sich demnach als definitive Elemente:

$$T = 1^d.218 \text{ nach dem Lichtminimum}$$
$$w = 65°6$$
$$e = 0.47$$
$$k = 20.01 \text{ km}$$
$$\gamma = -14.31 \text{ km}$$

Die Darstellung der Elemente ist aus den Werten $B - R_{II}$ ersichtlich; als mittleren Fehler einer Einzelbeobachtung erhält man ± 1.19 km

Zum Vergleich sind noch die von Wright erhaltenen $B - R$ gegeben, welche in der Zusammenstellung der Beobachtungen mit $B - R_I$ bezeichnet sind.

Tabelle der Beobachtungen.

Phase	V	B—R I	B—R II	Phase	V	B—R I	B—R II
d	km	km	km	d	km	km	km
0·175	+ 2.7	—1.9	—2.1	3·720	—25.2	—0.2	0.0
0·519	+ 9.0	+0.5	+0.6	3·924	—25.3	—1.3	—1.1
0·583	+11.4	+2.4	+2.5	4·102	—23.6	—0.9	—0.7
0·922	+ 8.0	—0.7	+0.1	4·159	—20.6	+1.8	+2.1
1·353	— 9.2	—2.2	—0.7	4·810	—19.5	—1.1	—0.8
1·516	—14.1	—2.0	+2.8	5·104	—16.6	—0.4	0.0
1·926	—28.8	+0.3	—0.7	5·378	—14.6	0.0	+0.2
2·597	—30.4	+0.3	—0.2	5·560	—12.4	+0.8	+1.2
2·687	—29.8	+0.6	+0.2	6·016	—13.9	—5.0	—4.2
2·734	—30.6	—0.4	—0.8	6·558	— 6.7	—2.2	—2.3
2·946	—28.8	+0.4	+0.3	6·756	— 0.3	+2.3	+2.2
3·200	—28.6	—0.5	—0.6	6·941	+ 0.1	+0.9	+0.7
3·403	—27.7	—0.7	—1.0	7·012	+ 0.8	+0.7	+0.5
3·525	—24.5	+1.7	+0.8	7·114	+ 1.6	0.0	—0.2

Die Phasen sind von $2414516^{d}.389$ aus gerechnet.

ζ Geminorum.

Im Astrophysical Journal Bd. 13 teilt Campbell 44 Beobachtungen der Radialgeschwindigkeit mit, welche unter Benutzung der Periode $10^{d}.15382$ auf dieselbe Epoche reduziert wurden. Als Bahnelemente ergaben sich:

$$T = 2415051^{d}.218$$
$$\omega = 333°$$
$$e = 0.22$$
$$k = 13.2\ \text{km}$$
$$\gamma = +6.8\ \text{km}$$

Da nun die früher erwähnten Untersuchungen als Periode den Wert $10^{d}.15457$ ergaben, wurde hier mit diesem Werte die Berechnung der Phasen wiederholt und sodann die Beobachtungen mit dem obigen Elementensystem verglichen, woraus man die Werte $B-R_{II}$ erhält. Die Phasen sind von dem obigen Werte der Perihelzeit aus gerechnet.

Tabelle der Beobachtungen.

M. Z. Gr.	Phase	V	B—R I	B—R II	M. Z. Gr.	Phase	V	B—R I	B—R II
d	d	km	km	km	d	d	km	km	km
2415062·667	1·294	+21.0	+1.6	+1.7	2414701·817	6·009	— 4.7	—0.9	—0.7
5062·779	1·406	+19.4	+0.8	+0.9	5016·959	6·359	— 6.2	—2.4	—2.4
4605·975	1·559	+19.9	+2.4	+2.5	5017·007	6·407	— 5.9	—2.1	—2.1
4705·679	1·716	+17.9	+1.6	+1.7	5057·862	6·644	— 6.7	—3.1	—3.2
4707·758	1·795	+16.3	+0.6	+0.8	4692·692	7·039	— 2.9	—0.1	—0.4
4758·700	1·964	+13.3	—1.0	—0.8	4692·738	7·085	— 2.6	+0.2	—0.2
4911·028	1·975	+14.6	+0.3	+0.5	4682·841	7·343	— 2.4	—0.4	—0.9
4951·996	2·325	+10.2	—1.4	—1.1	5058·717	7·499	— 0.4	+1.0	+0.4
4932·037	2·675	+ 5.2	—3.8	—3.4	4693·675	8·020	+ 3.6	+2.3	+1.4
4708·688	2·725	+ 7.0	—1.7	—1.3	4683·841	8·343	+ 5.4	+1.8	+0.8
4708·763	2·800	+ 4.7	—3.5	—2.9	5049·767	8·704	+ 8.8	+2.0	+0.9
4953·028	3·357	+ 2.9	—1.8	—1.2	4989·016	8·882	+11.2	+2.7	+1.6
4699·667	3·859	+ 1.7	—0.3	+0.3	4755·683	9·102	+12.6	+1.7	+0.7
4750·650	4·069	+ 2.5	+1.4	+2.1	4684·767	9·269	+13.0	+0.2	—0.7
5014·858	4·258	+ 1.3	+1.0	+1.7	5050·754	9·691	+16.2	—1.1	—1.7
4679·846	4·348	+ 0.7	+0.8	+1.4	5030·808	10·053	+18.9	—1.6	—1.9
5015·004	4·404	+ 0.7	+1.0	+1.6	4685·825	0.172	+20.5	—1.5	—1.6
5035·679	4·769	+ 0.5	+2.0	+2.6	4685·875	0.222	+20.1	—2.1	—2.2
5015·763	5·163	— 0.1	+2.5	+3.0	5041·688	0.625	+21.2	—1.3	—1.3
4680·875	5·377	— 1.8	+1.2	+1.6	4920·000	0.792	+24.2	+2.1	+2.2
4925·000	5·792	— 3.8	—0.6	+0.1	4910·021	0.968	+23.5	+2.2	+2.2
4701·763	5·955	— 4.3	—0.6	—0.3	4757·742	1.006	+23.5	+2.3	+2.3

Legt man die Werte $B-R_I$ der Bahnverbesserung zugrunde, so erhält man folgende Normalgleichungen:

$$\begin{aligned}
+44.000\,x - 5.868\,y + 7.802\,z + 17.466\,t + 3.031\,w &= +4.870\\
+23.126 + 1.055 + 0.858 + 1.388 &= +2.959\\
+20.880 + 3.927 + 13.709 &= -6.409\\
+11.832 + 1.849 &= +5.752\\
+ 9.494 &= -4.029
\end{aligned}$$

Die Auflösung liefert folgende Werte:

$x=-0.058$	$\delta\gamma=+0.10$ km	$\gamma=+6.90$ km
$y=+0.073$	$\delta k=+0.07$ km	$k=13.27$ km
$z=-1.212$	$\delta w=+5°3$	$w=338.3$
$t=+0.786$	$\delta e=-0.02$	$e=0.20$
$w=+1.183$	$\delta T=+0^d.060$	$T=2415051^d.28$

Die Darstellung der Beobachtungen durch diese Elemente ist mit $B-R_{II}$ bezeichnet. Als mittlerer Fehler einer Einzelbeobachtung ergibt sich ± 1.7 km.

Die $B-R_{II}$ weisen noch eine sekundäre Welle von $^1/_3$ Umlaufszeit und eine Amplitude von ungefähr 3 km auf, welche sich durch die Bahnverbesserung nicht fortschaffen lässt.

α Ursae minoris.

Zur Ableitung der Elemente der kurzperiodischen Bewegung von Polaris wurde die von Campbell im Jahre 1899 erhaltene Beobachtungsreihe benutzt. Dieselbe erstreckt sich über einen Zeitraum von 34 Tagen, so dass der Einfluss der langperiodischen Bewegung des Schwerpunktes völlig vernachlässigt werden kann. Als Ausgangselemente dienten die von Miss Hobe abgeleiteten Elemente (Second catalogue of binaries Lick Bull. Nr. 181):

$T=$	$2414890^d.04$
$w=$	80°0
$e=$	0.13
$k=$	3.00 km
$\gamma=$	−11.57 km

Vergleicht man die Beobachtungen mit diesem Elementensystem, so ergeben sich die Werte $B-R_I$; in der nachstehenden Tabelle sind die $B-R_I$ nebst den von T aus gerechneten Phasenwerten zusammengestellt. Zur Reduktion der einzelnen Beobachtungen auf denselben Umlauf diente der von Hartmann (Aph. J. Bd. 10) abgeleitete Wert der Periode $3^d.968$.

Phase	V	$B-R_I$	$B-R_{II}$	Phase	V	$B-R_I$	$B-R_{II}$
d	km	km	km	d	km	km	km
0.00	−10.6	+0.4	−0.1	2.01	−12.1	−0.2	+0.4
0.06	−10.7	+0.7	−0.4	2.67	−10.8	−1.2	−0.7
0.08	−11.0	+0.5	0.0	2.77	− 9.6	−0.3	+0.1
0.67	−14.0	+0.2	−0.1	2.80	− 9.2	0.0	+0.4
0.73	−14.1	+0.2	0.0	2.99	− 8.9	−0.2	+0.2
0.90	−13.9	+0.6	+0.5	3.00	− 9.0	−0.3	0.0
0.99	−15.0	−0.5	−0.5	3.67	− 9.3	+0.1	−0.3
1.02	−14.5	0.0	0.0	3.77	− 9.4	+0.5	0.0
1.10	−14.6	−0.2	−0.2	3.81	− 8.9	+1.2	+0.7
1.67	−13.7	−0.6	−0.2	3.94	−10.7	+0.1	−0.4
1.86	−13.0	−0.5	0.0				

Legt man der Bahnverbesserung die Werte $B-R_I$ zugrunde, so ergeben sich folgende Normalgleichungen:

$$\begin{array}{rrrrrr} +21.000\,x & -0.695\,y & +1.152\,z & +1.512\,t & +2.946\,w & =+0.350 \\ & +10.425 & +0.093 & +0.937 & +0.394 & =-0.297 \\ & & +10.585 & -1.093 & +8.971 & =+5.876 \\ & & & +1.737 & -0.858 & =-0.761 \\ & & & & +7.875 & =+4.932 \end{array}$$

Die Auflösung liefert:

$x=+0.02$	$\delta\gamma=-\ 0.08$ km	$\gamma=$	-11.65 km
$y=-0.02$	$\delta k=-\ 0.02$ km	$k=$	2.98 km
$z=+0.76$	$\delta w=-14°5$	$w=$	$65°5$
$t=-0.09$	$\delta e=+\ 0.01$	$e=$	0.14
$w=-0.26$	$\delta T=-\ 0^d.04$	$T=$	$2414890^d.00$

Vergleicht man die neuen Elemente mit den Beobachtungen, so erhält man die Werte $B-R_{II}$ Als mittlerer Fehler einer Einzelbeobachtung ergibt sich ± 0.37 km.

Die Korrektion $\delta\mu$ bei der Bahnverbesserung mitzunehmen erwies sich auch hier als unnötig, da wie schon oben bemerkt, die Beobachtungen sich nur über einen Zeitraum von 34^d erstrecken und der oben benutzte Periodenwert $3^d.9681$ auch durch die Helligkeitsbeobachtungen von Hertzsprung und Stebbins bestätigt wird.

T Vulpeculae.

Phase	V	$B-R_I$	$B-R_{II}$	Phase	V	$B-R_I$	$B-R_{II}$
d	km	km	km	d	km	km	km
0.014	−19.0	−1.4	−1.6	2.770	+15.4	+1.9	+2.4
0.091	−16.6	0.0	−0.5	2.860	+11.4	−2.5	−2.2
0.257	−12.2	+2.0	+1.6	2.872	+10.7	−3.2	−3.0
0.483	− 6.7	+4.3	+3.9	3.051	+15.6	+1.5	+1.5
0.499	−13.2	−2.4	−2.7	3.112	+12.3	−1.8	−1.7
0.628	− 9.9	−0.9	−1.1	3.184	+13.4	−0.1	−0.1
0.641	− 9.6	−0.7	−0.9	3.204	+10.8	−1.9	−2.6
0.647	− 8.8	0.0	−0.2	3.237	+16.1	+3.8	+3.2
0.682	− 7.4	+0.9	+0.8	3.253	+ 9.2	−2.5	−3.3
0.758	− 5.3	+2.0	+1.9	3.411	+11.4	+4.2	+3.0
0.768	− 8.1	−0.9	−1.0	3.443	+ 8.6	+2.8	+1.7
0.828	− 3.9	+2.5	+2.5	3.457	+ 6.7	+1.5	+0.9
0.913	− 5.1	+0.2	+0.3	3.467	+10.8	+6.1	+5.6
0.989	− 7.6	−3.2	−3.0	3.565	− 4.2	−3.6	−4.4
1.129	+ 1.2	+4.0	+4.2	3.578	− 0.4	+1.1	+0.5
1.264	− 5.5	−4.3	−3.8	3.614	− 5.7	−2.0	−2.3
1.319	− 1.5	−1.0	−0.6	3.630	− 3.8	+0.9	+0.6
1.437	− 0.7	−1.5	−1.1	3.636	− 9.8	−4.6	−4.9
1.656	+ 5.2	+2.0	+2.6	3.717	− 8.2	+1.6	+1.7
1.767	+ 4.9	+0.5	+1.2	3.809	−13.3	+1.3	+2.1
1.854	+ 8.2	+3.0	+3.6	3.961	−18.3	+1.0	+1.7
2.096	+ 9.5	+1.7	+2.5	4.053	−22.8	−2.5	−2.1
2.194	+ 5.5	−3.3	−2.6	4.115	−21.4	−0.9	−0.7
2.263	+ 6.4	−3.0	−2.2	4.220	−19.9	+0.2	+0.1
2.374	+15.3	+4.8	+5.6	4.230	−21.0	−1.0	−1.1
2.386	+ 9.4	−1.1	−0.4	4.303	−17.8	+1.5	+1.3

Die in vorstehender Tabelle zusammengestellten Beobachtungen dieses Sterns wurden mit den von Albrecht Lick Bull. Nr. 135 abgeleiteten Elementen

$T = 2417185^{d}.124$
$w = 111°$
$e = 0.43$
$k = 17.60$ km
$\gamma = -1.30$ km

verglichen. Die erhaltenen Werte B—R wurden in 18 Normalorte zusammengefasst, und diese nach der Methode der kleinsten Quadrate ausgeglichen. Als Elemente ergeben sich sodann:

$T = 2417185^{d}.04$
$w = 104°.1$
$e = 0.40$
$k = 17.30$ km
$\gamma = -1.50$ km

Die Darstellung der Beobachtungen ist in der obigen Tabelle mit $B-R_I$ bezeichnet. Die Bahnverbesserung wurde dann mit Benutzung der Werte $B-R_I$ ausgeführt. Die Normalgleichungen sind:

$$\begin{array}{rrrrrr} +52.000\,x & +4.035\,y & -10.862\,z & -11.332\,t & +5.104\,w & = +9.900 \\ & +21.510 & +2.167 & -1.168 & +1.593 & = +4.870 \\ & & +30.496 & +2.111 & +13.727 & = +2.174 \\ & & & +5.650 & -1.533 & = -7.713 \\ & & & & +9.513 & = +2.732 \end{array}$$

Die Auflösung ergibt:

$x = -0.042$	$\delta\gamma = -0.07$ km	$\gamma =$	-1.57 km
$y = +0.135$	$\delta k = +0.14$ km	$k =$	17.44 km
$z = +0.503$	$\delta w = -1°.6$	$w =$	$102°.6$
$t = -1.787$	$\delta e = +0.04$	$e =$	0.44
$w = -0.734$	$\delta T = -0^{d}.010$	$T =$	$2417185^{d}.03$

Die Darstellung der Beobachtungen ist aus den $B-R_{II}$ zu ersehen, als mittlerer Fehler einer Einzelbeobachtung ergibt sich ± 2.50 km.

R T Aurigae.

Die von diesem Stern erhaltenen Beobachtungen sind im Lick Bull. Nr. 151 veröffentlicht und später von Duncan einer definitiven Bearbeitung unterzogen worden. Als definitive Werte der Bahnelemente ergeben sich aus der Bahnverbesserung (Lick Bull. Nr. 160)

$T = 3^{d}.42 \pm 0^{d}.02$ nach dem Lichtmaximum
$w = 95°.02 \pm 2°.50$
$e = 0.37 \pm 0.01$
$k = 17.96$ km ± 0.25 km
$\gamma = +21.43$ km

Als mittlerer Fehler einer Einzelbeobachtung ergibt sich ± 0.82 km. Eine sekundäre Welle mit einer Amplitude von 1 km und einer Periode von $^1/_2$ Umlaufszeit scheint vorhanden zu sein, jedoch kann die Realität derselben infolge der geringen Amplitude kaum als verbürgt angesehen werden.

X Sagittarii.

In Lick Bull. Nr. 157 sind zwei Beobachtungsreihen dieses Sterns mitgeteilt, von denen die erste in den Jahren 1904 und 1905 mit dem Einprismenspektrographen, die zweite im Jahre 1908 mit dem Dreiprismenspektrographen erhalten wurde.

Moore leitet folgende Elemente ab:

$$T = 2416723^{d}.05$$
$$w = 93°.65$$
$$e = 0.40$$
$$k = 15.00 \text{ km}$$
$$\gamma_1 = -12.90 \text{ km}$$
$$\gamma_2 = -14.06 \text{ km}$$

Die Werte γ_1 und γ_2 sind die Schwerpunktsgeschwindigkeiten für die erste bzw. zweite Reihe. In der nachstehenden Tabelle sind die Beobachtungen nebst ihrer Darstellung ($B-R_I$) durch die obigen Elemente zusammengestellt.

Beobachtungen 1904—05.

Phase	V	B—RI	B—RII	Phase	V	B—RI	B—RII
d	km	km	km	d	km	km	km
0.124	—20.5	+1.2	+1.4	4.646	— 3.6	—0.7	—1.7
0.613	—15.0	+3.4	+3.8	4.904	— 9.1	+0.2	—0.7
0.636	—18.0	+0.3	+0.7	4.940	—10.8	—0.3	—1.2
0.912	—18.2	—1.7	—1.3	5.148	—16.8	+0.1	—0.3
1.061	— 9.0	— 0.7	— 0.2	5.195	—17.6	+1.3	+0.4
1.614	—11.3	+0.7	+1.3	5.439	—27.5	—2.5	—3.4
1.637	—11.7	+0 1	+0.7	5.699	—27.8	+0.1	—0.6
1.917	—10.8	—0.7	—0.1	5.751	—27.5	+0.6	0
1.938	— 9.0	+0.9	+1.5	5.852	—24.9	+3.4	+2.9
2.043	— 4.8	+4.5	+5.1	5.873	—28.7	—0.3	—0.9
2.625	— 6.0	—0.3	+0.2	5.930	—29.9	—1.5	— 2.1
3.007	— 9.0	— 5.8	— 5.3	6.155	—23.4	+4.3	+4.0
3.146	— 0 6	+1.8	+2.3	6.649	—23.7	+1 4	+1.3
3.618	— 0.8	—1.1	—0 8	6.888	—20.6	+2 8	+2.9
3.644	— 2.7	—3.2	—2.8	6.932	—23.7	—0.6	—0.5
3.950	— 6.9	—8.6	—8.4				

Beobachtungen 1908.

Phase	V	B—RI	B - RII
d	km	km	km
0.410	—21 00	—0 09	+0.17
1.252	—15.47	—0.06	+0.37
1.354	—16.30	—1.56	—1.07
2 404	— 7.96	+0.18	+0.68
3.075	— 4.52	—0.69	—0.15
3.406	— 2.17	—0.18	+0.13
4.401	+ 0.06	+0 49	+0.01
5.245	— 20 42	+1 16	+0.13
5.344	—23.51	+0.50	—0.38
6.443	—27.08	+0.26	+0.13

Als mittlerer Fehler ergibt sich für

die Reihe 1904—05 ±2.65 km

„ „ 1908 ±0.74 km

Da die Beobachtungen mit dem Dreiprismenspektrographen der Reihe 1903—04 weit an Genauigkeit überlegen ist, so wurden nur die ersteren zur Bahnverbesserung benutzt. Unter Zugrundelegung der Werte $B-R_I$ erhält man folgende Normalgleichungen:

$$
\begin{array}{rrrrrr}
+10.000\,x & +0.367\,y & -3.590\,z & +0.610\,t & +0.509\,w & =+0\,010 \\
 & +3.733 & -0.982 & +0.302 & -0.685 & =-1.105 \\
 & & +6.270 & +0.545 & +2.383 & =+3.609 \\
 & & & +1.059 & +0.561 & =+0.284 \\
 & & & & +1.462 & =+1.826
\end{array}
$$

$x=+0.40$	$\delta\gamma=\ 0.00$ km	$\gamma=$	-14.06 km
$y=-0.16$	$\delta k=-0.16$ km	$k=$	14.84 km
$z=+0.99$	$\delta w=-3^\circ.74$	$w=$	$89^\circ.9$
$t=-0.15$	$\delta e=\ 0.00$	$e=$	0.40
$w=-0.52$	$\delta T=-0^d.02$	$T=$	$2417623^d.03$

Die Darstellung der Beobachtungen ist mit $B-R_{II}$ bezeichnet. Als mittlerer Fehler einer Einzelbeobachtung der Reihe 1908 ergibt sich ± 0.48 km.

Die Beobachtungen der Jahre 1904—05 ergeben als mittleren Fehler einer einzelnen Platte ± 2.73 km.

W Sagittarii.

Aus den nachher zusammengestellten 33 Beobachtungen der Radialgeschwindigkeit leitet Curtiss folgende Elemente ab (Lick Bull. Nr. 36):

$\gamma=-28.6$ km
$k=\ 19.5$ km
$e=\ 0.32$
$w=\ 70^\circ.0$
$T=\ 6^d.20$ nach dem Lichtmaximum

Die Darstellung der Beobachtungen durch diese Elemente ist mit $B-R_I$ bezeichnet. Die Werte der $B-R_I$ ergeben graphisch aufgezeichnet eine sekundäre Welle von ungefähr 5 km Amplitude und Periode $3^d.80$. — Die Bahnverbesserung wurde zunächst mit 18 Normalwerten der $B-R_I$ geführt. Es ergaben sich folgende Elemente:

$T=\ 5^d.692$ nach dem Lichtminimum
$w=\ 45^\circ.25$
$e=\ 0.34$
$k=\ 20.60$ km
$\gamma=-28.90$ km

Die Darstellung der einzelnen Beobachtungen ist mit $B-R_{II}$ bezeichnet.

Phase	V	B—RI	B—RII	B—RIII
d	km	km	km	km
0.412	—38.4	+7.4	+6.1	+5.5
0.590	—44.8	+0.4	—0.7	—1.2
0.786	—41.3	+2.8	+2.4	+1.8
0.799	—40.0	+4.3	+3.7	+3.1
0.848	—39.1	+4.9	+4.3	+3.8
0.994	—41.7	+1.6	+1.3	+0.7
1.584	—39.5	+0.3	+0.8	+0.4
1.782	—38.5	+0.4	+0.6	+0.3
1.794	—38.3	+0.6	+0.8	+0.4
2.006	—38.9	—2.5	—1.2	—1.4
2.418	—38.7	—5.7	—4.0	—4.0
2.590	—36.8	—5.3	—3.4	—3.4
3.004	—34.0	—4.7	—4.3	—4.2
3.202	—26.3	—0.2	+1.4	+1.6
3.994	—17.2	+1.1	+0.9	+1.4
4.019	—16.5	+1.8	+1.2	+1.7
4.208	—10.7	+5.5	+4.3	+4.8

Phase	V	B—RI	B—RII	B—RIII
d	km	km	km	km
4.793	— 7.9	+2.5	—1.2	—1.3
4.813	— 5.3	+4.9	+1.1	+0.3
5.390	— 6.3	+0.6	—2.2	—2.4
5.417	— 4.6	+2.4	—0.3	—0.6
6.196	—24.6	—4.6	+0.8	+1.8
6.200	—25.0	—2.6	+0.6	+1.6
6.228	—23.8	— 2.9	+2.6	+0.6
6.388	—31.3	—5.5	—0.5	+0.3
6.408	—32.9	—5.8	—1.6	—0.8
6.782	—40.0	—5.8	—1.4	—1.2
6.802	—40.5	—6.0	—1.6	—1.5
6.828	—42.5	—4.2	—3.3	—3.2
7.180	—41.5	+2.1	+1.2	+0.9
7.219	— 45.3	—1.5	—2.4	—2.7
7.385	—44.3	+0.7	—0.6	—1.0
7.400	—45.0	0	—1.2	—1.6

Unter Zugrundelegung der $B-R_{II}$ wurde nun die Ausgleichung wiederholt, wobei jetzt direkt die Einzelorte benutzt wurden. Es ergeben sich folgende Normalgleichungen:

$$\begin{array}{rrrrrr} +33.000\,x & -12.425\,y & -\ 3.363\,z & +8.382\,t & +2.047\,w & =+3.100 \\ & +17.316 & +\ 0.110 & -1.200 & -1.139 & =-4.819 \\ & & +15.579 & +0.395 & +7.624 & =-3.824 \\ & & & +7.037 & +1.117 & =-3.543 \\ & & & & +4.623 & =-2.414 \end{array}$$

Die Auflösung ergibt

$x=+0.50$	$\delta\gamma=+0.10$	$\gamma=-28.80$ km
$y=-0.15$	$\delta k=-0.15$	$k=\ 20.45$ km
$z=+0.73$	$\delta w=-2°05$	$w=\ 43°20$
$t=-0.80$	$\delta\ e=+0.02$	$e=\ 0.36$
$w=-1.76$	$\delta T=-0^d.048$	$T=\ 5.644$

Die Darstellung der Beobachtungen durch die Elemente ist mit $B-R_{III}$ bezeichnet. Als mittlerer Fehler einer Platte ergab sich ± 5.38 km. Auch bei diesem Sterne lassen sich, wie die $B-R_{III}$ zeigen, die sekundären Wellen nicht durch die Bahnverbesserung fortschaffen, wenngleich der Betrag der Amplitude durch dieselbe auf ungefähr die Hälfte herabgemindert wird. Nach der Bahnverbesserung besitzt die sekundäre Welle $^1/_3$ Umlaufszeit und ungefähr 3 km Amplitude, ist also der bei ζ Geminorum vorhandenen ganz analog.

Y Sagittarii.

Aus den weiter unten mitgeteilten Beobachtungen der Radialgeschwindigkeit leitet Duncan Lick Bull. Nr. 151 die folgenden Elemente ab: $T=\ 4^d.46$ nach dem Lichtmaximum

$$\begin{array}{rl} w= & 32°0 \\ e= & 0.16 \\ k= & 19.0 \text{ km} \\ \gamma= & +4.0 \text{ km} \end{array}$$

Der Bahnverbesserung zugrunde gelegt wurden die Beobachtungen des Jahres 1908, unter Ausschluss der Platte 16 c Phase $0^d.12$, welche auch von Duncan bei seiner Bahnbestimmung fortgelassen worden ist.

Phase	V	$B-R_I$	$B-R_{II}$
		1903	
d	km	km	km
0.78	−14.3	−2.0	−2.2
1.34	− 6.8	+4.4	+3.0
		1904	
1.19	−11.0	+1.0	− 0.3
1.94	− 3.7	+2.3	+ 0.5
3.86	+15.5	−9.0	− 10.0
4.07	+20.9	−4.7	− 5.2
5.16	+ 1.9	4.6	− 1.2
5.19	− 1.5	−7.2	− 3.7
		1908	
0.12*	+ 0.8	+8.6	+10.3
0.25	−11.9	− 2.6	− 1.2
0.34	− 8.8	+1.4	+ 2.4
0.42	−15.4	−4.6	− 3.8
0.57	−13.0	−1.3	− 1.0
0.65	− 8.2	+3.8	+ 3.8
0.80	−14.0	−1.6	− 2.0

Phase	V	$B-R_I$	$B-R_{II}$
d	km	km	km
0.96	−10.4	+2.0	+1.3
1.42	− 8.7	+2.0	+0.5
1.52	− 6.0	+4.0	+2.4
1.72	−11.4	− 3.1	−4.8
2.46	− 0.5	−1.7	−3.4
2.48	+ 2.3	+0.7	−0.9
2.56	+11.4	+8.5	+6.9
3.00	+13.2	+2.4	+1.1
3.23	+14.7	− 0.4	−1.6
3.34	+13.8	−3.3	−4.5
3.45	+21.2	+2.1	+1.0
3.55	+26.6	+5.9	+4.8
4.14	+25.2	−0.3	−0.6
4.33	+22.8	−1.6	−1.1
4.70	+17.0	−1.0	+1.3
5.02	+ 6.6	−3.5	−0.1
5.09	+ 0.9	−7.4	−3.9
5.12	+11.4	+3.9	+7.4
5.34	− 1.7	−3.8	−0.4
5.42	− 5.8	−6.1	−2.9

* Bei der Bahnverbesserung ausgeschlossen.

$$
\begin{array}{rrrrrr}
+26.000\,x & -\ 4.933\,y & -\ 0.521\,z & +10.855\,t & +\ 1.073\,w & =-\ 5.970 \\
 & +12.558 & -\ 1.129 & -\ 0.018 & -\ 0.827 & =+\ 1.838 \\
 & & +13.444 & -\ 0.105 & +10.014 & =-33.198 \\
 & & & +\ 7.277 & +\ 0.639 & =-\ 6.974 \\
 & & & & +\ 7.752 & =-25.468
\end{array}
$$

$x=+0.456$	$\delta\gamma=$ 0.00 km	$\gamma=+4.00$ km
$y=+0.096$	$\delta k=+0.10$ km	$k=$ 19.10 km
$z=-1.766$	$\delta w=+5^\circ3$	$w=$ $37^\circ3$
$t=-1.569$	$\delta e=+0.04$	$e=$ 0.20
$w=-0.926$	$\delta T=-0^d.03$	$T=$ $4^d.43$

Die Darstellung der Beobachtungen durch die ausgeglichenen Elemente ist mit $B-R_{II}$ bezeichnet. Als mittlerer Fehler einer Einzelbeobachtung ergibt sich ±3.23 km

Y Ophiuchi.

In der nachstehenden Tabelle sind zunächst die beobachteten Radialgeschwindigkeiten zusammengestellt nebst ihrer Darstellung durch die von Zurhellen abgeleiteten Elemente (A. N. 4244)

$T=$	$3^d.10$ nach dem Lichtmaximum
$w=$	$219^\circ3$
$e=$	0.15
$k=$	7.8 km
$\gamma=$	−5.1 km

Phase	V	B−R$_I$	B−R$_{II}$	Phase	V	B−R$_I$	B−R$_{II}$
d	km	km	km	d	km	km	km
0.343	−13.4	−1.0	−1.4	7.482	+ 2.7	+2.0	+2.2
0.479	−11.3	+1.4	+0.9	7.812	— 1.4	−2.5	−2.5
0.633	−10.1	+2.8	+2.4	8.492	+ 4.9	+3.3	+3.2
1.379	−13.3	+0.4	+0.1	8.792	+ 0.4	−1.3	−1.4
1.475	−16.9	−3.1	−3.5	9.358	+ 4.1	+2.3	+2.2
1.647	−12.2	+1.6	+1.3	9.474	+ 4.3	+2.5	+2.5
1.797	−18.0	−4.2	−4.5	9.358	+ 3.0	+1.2	+1.2
2.333	−15.4	−2.0	−2.1	9.926	— 0.5	−2.1	−2.1
3.192	−13.0	−1.2	−1.1	10.610	+ 0.8	−0.4	−0.4
3.331	— 9.5	+1.9	+2.1	11.610	— 2.0	−2.1	−2.1
3.538	— 9.0	+1.8	+2.0	11.766	— 1.6	−1.5	−1.5
3.610	— 7.1	+3.5	+3.7	12.617	— 0.7	+0.8	+0.7
4.372	— 6.0	+2.0	+2.3	12.747	— 0.9	+0.8	+0.7
4.536	— 7.2	+0.2	+0.5	13.185	— 5.4	−3.0	−2.9
4.621	— 5.2	+1.9	+2.2	13.438	— 3.0	0.0	0.0
5.022	— 9.2	−3.6	−3.3	13.560	— 0.9	+2.3	+2.3
5.381	— 6.4	−2.0	−1.8	13.751	— 0.9	+2.4	+2.7
5.486	— 5.0	−1.2	−0.7	14.466	— 3.8	+1.5	+1.4
5.637	— 4.2	− 0.6	−0.4	14.759	— 6.7	−0.5	−0.7
6.468	— 1.4	−0.1	0.0	15.168	— 7.9	− 0.9	−1.1
6.799	— 2.8	−1.8	−2.2	15.597	— 6.6	+1.5	+1.3
7.184	— 2.8	−3.0	−3.0	16.558	−10.4	+0.2	0.2

Der Bahnverbesserung wurden die B−R$_I$ zugrunde gelegt, welche folgende Normalgleichungen liefern:

$$
\begin{array}{rrrrrr}
+44.000\,x & +\ 4.102\,y & +\ 0.463\,z & -14.802\,t & -\ 3.349\,w & =+0.500 \\
 & +21.741 & +\ 1.048 & -\ 0.893 & +\ 0.950 & =-1.875 \\
 & & +22.254 & +\ 1.057 & +16.705 & =+5.721 \\
 & & & +\ 8.842 & +\ 2.039 & =-0.310 \\
 & & & & +13.279 & =+4.776
\end{array}
$$

Als Werte der Unbekannten ergaben sich:

$x = +0.100$	$\delta\gamma = +0.20$ km	$\gamma = -4.90$ km
$y = -0.100$	$\delta k = -0.10$ km	$k = 7.70$ km
$z = -0.745$	$\delta w = +5°.5$	$w = 224°.8$
$t = -0.107$	$\delta e = +0.01$	$e = 0.16$
$w = +1.350$	$\delta T = +0^{d}.345$	$T = 3^{d}.445$

Die mit den ausgeglichenen Elementen berechneten Werte Beobachtung—Rechnung sind mit $B-R_{II}$ bezeichnet. Als mittlerer Fehler einer einzelnen Platte ergibt sich ± 2.05 km.

In der nachstehenden Tabelle sind die Bahnelemente der Sterne nochmals zusammengestellt. Die einzelnen Kolumnen bedürfen keiner weiteren Erklärung, nur ist zu bemerken, dass durchweg statt der sonst üblichen Angabe des Periheldurchganges durch den Abstand desselben vom zunächstliegenden Lichtmaximum hier stets die Zeit in Tagen der julianischen Periode gegeben ist; so dass man unabhängig von den jeweiligen photometrischen Elementen ist, die für den Stern angenommen wurden. Die Angaben über die Spektren sind dem Katalog von Miss Maury (Harvard Annalen Bd. 28 I) sowie dem Katalog von Campbell Lick Bull. Nr. 181 (nach Miss Cannon) entnommen.

Tabelle der Bahnelemente.

Stern	μ	T	w	e	k	γ	$a \sin i$	$f(m)\sin^3 i$	Spektrum	
									Maury	Cannon
		d			km	km	km	⊙ masse		
RT Aurigae	96°.56	2418243.05	95°.0	0.37	17.96	+21.43	856000	0.0018	—	G
α Ursae min	90.72	4890.00	65.5	0.14	2.98	var	160400	0.00001	XIII ac	F 8
T Vulpeculae	81.16	7185.03	102.6	0.44	17.44	— 1.57	968100	0.0018	—	F
δ Cephei	67.08	4529.04	82.8	0.36	19.81	var	1364000	0.0035	XIV ac	G
Y Sagittarii	62.36	8152.47	37.3	0.20	19.10	+ 4.00	1485000	0.0039	—	G
X Sagittarii	51.34	6723.03	89.9	0.40	14.84	—14.06	1313000	0.0018	—	F 8
η Aquilae	50.16	4524.78	65.6	0.47	20.01	—14.31	1773000	0.0040	XIV ac	G
W Sagittarii	47.40	6396.27	43.2	0.36	20.45	—28.80	1930000	0.0055	—	F 5
ζ Geminorum	35.46	5051.28	338.3	0.20	13.27	+ 6.90	1815500	0.0023	XIV ac	G
Y Ophiuchi	21.04	7069.72	224.8	0.16	7.70	— 4.90	1798000	0.0008	—	G

Vergleichung der photometrischen und spektroskopischen Ergebnisse.

Die in den voraufgehenden Abschnitten abgeleiteten Bahnelemente und Elemente des Lichtwechsels gestatten nun, die Beziehungen zwischen den Phasen des Lichtwechsels und der Bahnbewegung näher zu untersuchen. Berechnet man mit Hilfe der im ersten Abschnitt gegebenen photometrischen Elemente die den im zweiten Abschnitt abgeleiteten Perihelzeiten zunächstliegenden Zeiten der Lichtmaxima und -minima, multipliziert sodann die Differenz „Photometrische Epoche minus Perihelzeit“ mit der mittleren täglichen Bewegung μ, so erhält man die den Zeiten des Lichtmaximums und -minimums entsprechenden mittleren Anomalien M in der Bahn, aus denen man unter Benutzung der Formeln des zweiten Abschnittes die Anomalien v und Argumente der Breite u berechnen kann. In der nachfolgenden Tabelle I sind die Werte von M, v und u für die einzelnen Sterne zusammengestellt.

Tabelle I.

Stern	$M_{Max.}$	$v_{Max.}$	$u_{Max.}$	$M_{Min.}$	$v_{Min.}$	u_{Min}
R T Aurigae	29°9	62°7	157°7	293°4	250°4	345°4
α Ursae min	72.6	90.4	157.9	269.3	253.5	319.0
T Vulpeculae	29.2	70.9	173.5	300.7	249.0	351.6
δ Cephei	44.3	83.1	165.9	303.6	262.1	344.9
Y Sagittarii	79.2	102.2	139.5	345.7	338.3	13.6
X Sagittarii	46.2	91.0	180.9	288.1	242.1	332.0
η Aquilae	57.7	113.1	178.7	298.8	243.6	309.2
W Sagittarii	78.2	118.9	162.1	319.8	282.6	326.8
ζ Geminorum	232.8	217.1	195.4	50.0	70.4	48.7
Y Ophiuchi	271.4	253.3	118.8	214.8	205.9	71.4

Aus den Werten von $u_{Min.}$ der Tabelle geht nun zunächst hervor, dass der Lichtwechsel nicht durch gegenseitige Bedeckung der beiden Komponenten entstehen kann, denn in diesem Falle müsste das Lichtminimum zur Zeit der oberen Konjunktion der hellen Komponente eintreten, also $u=90°$ für das Lichtminimum sich ergeben, was bei den beobachteten Minima keineswegs der Fall ist. Ferner zeigt die Vergleichung der Werte von $u_{Max.}$ und $u_{Min.}$, dass der Zeit der oberen Konjunktion der hellen Komponente Punkte der Lichtkurve entsprechen, die dem aufsteigenden Aste der Lichtkurve angehören; da bei keinem der obigen Sterne Unregelmässigkeiten in der Lichtzunahme bemerkt worden sind, so folgt, dass eine Bedeckung der Komponenten, die einen Lichtwechsel mit einer Amplitude von etwa $0^m.1$ oder mehr erzeugt, schwerlich vorhanden ist. Ausserdem ergibt sich die Unmöglichkeit, die sekundären Wellen des absteigenden Astes durch Verfinsterung der hellen Komponente zu erklären. Es ist hiernach also völlig unmöglich, die Hypothese der gegenseitigen Bedeckungen der beiden Komponenten bei den Cepheiden zur Erklärung des bestehenden Lichtwechsels heranzuziehen. Die in der Tabelle I gegebenen Werte $u_{Max.}$ und $u_{Min.}$ können weiterhin benutzt werden, um eine von Albrecht im Jahre 1907 gefundene Gesetzmässigkeit zu prüfen, welche besagt, dass die Zeiten der Lichtmaxima und -minima nahe mit den Knotendurchgängen zusammenfallen. Diesen entsprechen die Werte $u=o$ und $u=180°$. Vergleicht man daraufhin die beobachteten Werte $u_{Max.}$ und $u_{Min.}$ mit den Werten $u=o$ resp. 180°, so findet man, dass die von Albrecht gefundene Gesetzmässigkeit durch die neuen Elemente keineswegs befriedigend bestätigt wird. Die Werte $u_{Max.}$ und $u_{Min.}$ gruppieren sich nicht um o bzw. 180°, wie man es erwarten müsste, es treten vielmehr die Lichtmaxima und -minima bei fast allen Sternen vor den Knotendurchgängen ein. Diese Tatsache findet sich schon durch Duncans Untersuchung (Lick Bull. Nr. 150) bestätigt. In der von ihm gegebenen Tabelle der Differenzen der Zeiten der Lichtmaxima und -minima und der Knotendurchgänge sind für die Sterne *R T* Aurigae, *S U* Cygni, *Y* Sagittarii und *S* Sagittae die Werte der Differenzen mit falschen Vorzeichen versehen. Nach Richtigstellung der Vorzeichen ergibt sich auch dort, obwohl nur provisorische Elemente benutzt sind, dass Lichtmaxima und -minima in der Regel vor den Knotendurchgängen eintreten.

Gleichwohl scheinen die Werte $u_{Max.}$ und $u_{Min.}$ anzudeuten, dass die Phasen des Lichtwechsels von der Lage der Knotenlinie in irgendeiner Weise abhängen. Während man bezüglich der Werte M und v bemerkt, dass die Sterne mit Bahnen, deren Perihellänge stark von den übrigen abweicht (*ζ* Geminorum, *Y* Ophiuchi), auch stark abweichende Werte von M und v ergeben, stimmen die Argumente u mit denen der übrigen wenigstens für die Maxima einigermassen überein. Allerdings wird eine hierdurch etwa angedeutete Gesetzmässigkeit durch das Verhalten der Minima wieder zweifelhaft gemacht. Es ist vielleicht nicht unnütz, auch hier nachdrücklich darauf hinzuweisen, dass für Gesetzmässigkeiten der angedeuteten Art in den Werten M, v und u nicht die mit wenig verschiedenen Perihellängen massgebend sind; erst die Bestätigung der gefundenen Relationen durch die Sterne mit völlig abweichenden w macht die Allgemeingültigkeit dieser Relationen wahrscheinlich. Bei den Cepheiden sind nun *Y* Ophiuchi und allenfalls *ζ* Geminorum die einzigen Sterne, deren Perihellängen stark von

der Mehrzahl abweichen. Die Übereinstimmung der Werte $u_{\text{Max.}}$ und $u_{\text{Min.}}$ dieser Sterne mit den übrigen würde es wahrscheinlich machen, dass die in Frage stehende Gesetzmässigkeit eine wesentliche Bedeutung hat.

Eine weit bessere Übereinstimmung erzielt man, wenn nicht die wahre, sondern die mittlere Bewegung betrachtet wird. Bildet man die Werte $M+w=l$, wo M wieder die mittlere Anomalie ist, so erhält man für die Lichtmaxima und -minima die in Tabelle II gegebenen Werte.

Tabelle II.

Stern	l Max.	l Min.
RT Aurigae	124°9	28°4
α Ursae min	138.1	334.8
T Vulpeculae	131.8	43°3
δ Cephei	127.1	26.4
Y Sagittarii	116.5	23.0
X Sagittarii	136.1	18.0
η Aquilae	123.3	4.4
W Sagittarii	121.4	3.0
ζ Geminorum	211.2	28.3
Y Ophiuchi	136.9	10.7

Die Grösse wurde ausserdem noch für die Gipfelpunkte der bei einigen Sternen beobachteten sekundären Wellen berechnet, die in Tabelle III zusammengestellt sind.

Tabelle III.

Stern	I. Welle	II. Welle
δ Cephei	231°1	310°2
η Aquilae	232.1	327.5
W Sagittarii	220.9	—

Die Werte l für die verschiedenen Sterne zeigen nun eine Übereinstimmung, welche weit besser wie die der Werte u ist. Unter den Maxima fällt nur dasjenige von ζ Geminorum beträchtlich heraus, es ist aber bemerkenswert, dass das Minimum für diesen Stern mit dem der übrigen Cepheiden gut übereinstimmt und dass das Hauptmaximum von ζ Geminorum mit dem ersten sekundären Maximum der drei in Betracht kommenden Sterne nahe zusammenfällt. Ferner weicht noch das Minimum von α Ursae min. stark von den übrigen ab; aber man wird hierauf wohl kein allzu grosses Gewicht legen, da in Anbetracht der geringen Amplitude des Lichtwechsels von 0^m15 dieser Stern vorläufig eine Sonderstellung unter den Cepheiden einnimmt und die Lage dieser Phase noch unsicher ist.

Bildet man zu den einzelnen Phasen die Mittelwerte der l, so erhält man

Lichtmaximum	$l=128°5$ (ζ Geminorum ausgeschlossen)
Lichtminimum	20.6 (α Ursae min. ausgeschlossen)
I. sekundäre Welle	228.0
II. sekundäre Welle	318.8
ζ Geminorum Lichtmaximum	211.2

Die nahe Übereinstimmung der Werte von l für die einzelnen Phasen bei den verschiedenen Sternen deutet an, dass der Lichtwechsel von der mittleren Bewegung in der Bahn und, da $l=M+w$ die Lage der Knotenlinie in der Bahn enthält, von der relativen Stellung der Komponente des Systems in bezug auf den Beobachter abhängt. Eine einfache Deutung dieser beiden Ergebnisse lässt sich in folgender Weise geben. Da für die Cepheiden nach dem früher Gesagten die Bedeckungstheorie nicht in Betracht kommt, wird man die Helligkeitsänderungen zunächst einer ungleichen Verteilung der Intensität auf der Oberfläche der helleren Komponente zuzuschreiben versuchen. Die Über-

einstimmung der Periode der Helligkeitsänderungen mit der Umlaufszeit in der Bahn ergibt für die als gleichförmig rotierend angenommene helle Komponente die Gleichheit von Rotation und Revolution. Zur Bestimmung der Verteilung der Intensität auf der Oberfläche ist zunächst die Lage des Maximums der Intensität wichtig. Nimmt man zur Vereinfachung der Untersuchung an, dass die Helligkeit symmetrisch zum Äquator der hellen Komponente ist, so hat man nur die Verteilung längs des Äquators zu untersuchen. Es möge deshalb die Oberfläche des Sterns durch grösste durch die Rotationspole gehende Kreise oder Meridiane in Zonen zerlegt werden und der Ort eines Meridians durch seinen Winkelabstand λ von einem Nullmeridian gegeben sein. Um den Wert λ für die Zone grösster Helligkeit, welche für einen Augenblick durch einen solchen Meridian ersetzt werde, zu bestimmen, kann man folgendermassen verfahren:

Der Nullmeridian sei dadurch definiert, dass sein Abstand von der Apsidenlinie zur Zeit t gleich der mittleren Anomalie M sei, welche dieser Zeit entspricht; der Abstand von der Knotenlinie ist $M+w$ und von dem dazu senkrechten Visionsradius $M+w-90°$. Anderseits ist aber der Winkel zwischen dem Nullmeridian und dem Visionsradius gleich der Länge λ der in diesem Augenblicke durch den Visionsradius gehenden Zone.

Da nun die Zone grösster Helligkeit auf der Oberfläche für einen Beobachter im allgemeinen ihren Maximaleffekt ausüben wird, wenn sie durch den Visionsradius des Beobachters geht, weil dann die Absorption des von ihr ausgestrahlten Lichtes in der Atmosphäre am kleinsten ist, so hat man für die Zone grösster Intensität $\lambda = l_{\text{Max.}} - 90°$.

Aus der Tabelle II ergab sich für alle Sterne nahe derselbe Wert von $l_{\text{Max.}}$, im Mittel war $l_{\text{Max.}} = 128°5$ oder $\lambda = 38°5$. Für alle diese Sterne hat also das Intensitätsmaximum nahe dieselbe Lage in bezug auf den oben eingeführten Nullmeridian. Das Erscheinen dieser Zone am Rande der sichtbaren Scheibe findet bei $l = 38°5$ statt. Da für die Minima sich $l = 20°6$ ergab, so folgt, dass im wesentlichen der Moment des Lichtanstiegs gegeben ist durch das Sichtbarwerden der Zone $\lambda = 38°5$, sowie dass die in Richtung der Rotation der helleren Zone vorangehenden Teile der Oberfläche eine weit geringere Intensität besitzen, dass also der Übergang von diesen dunkleren Teilen zum Maximum sehr schroff ist. Dagegen ist die Intensitätsverteilung für die dem Meridian $\lambda = 38°5$ folgenden Teile eine wesentlich andere. Der absteigende Ast der Lichtkurve verläuft sehr flach, woraus sich ergibt, dass die Intensitätsabnahme von $\lambda = 38°5$ aus sehr langsam erfolgt. Im allgemeinen ist dieselbe ziemlich regelmässig. Nur bei den Sternen mit sekundären Wellen ist dies nicht der Fall. Bestimmt man den Wert λ derjenigen Zone, die zur Zeit des Maximums der sekundären Welle I durch den Zentralmeridian geht (da von diesem Augenblicke an eine stärkere Intensitätsabnahme des ausgestrahlten Lichts eintritt, so stellt diese Zone ungefähr die in Rotation folgende Grenze der Zone grösserer Intensität dar), so ergibt sich als Grenze $\lambda = 138°0$. Bei diesen Sternen ist also eine stärkere Oberflächenintensität zwischen den Grenzen $\lambda = 38°5$ und $\lambda = 138°0$ vorhanden. Das Maximum innerhalb dieser Zone liegt am vorderen Rande bei $\lambda = 38°5$; die zweite sekundäre Welle liesse sich eventuell als Moment des Verschwindens des Endes $\lambda = 138°0$ der hellen Zone deuten, da in diesem Augenblicke $\lambda = 218°5$, also nahe gleich dem Werte λ der zweiten Welle ist, für die $l = 319°$ oder $\lambda = 229°$ gefunden wurde.

Was den Stern ζ Geminorum betrifft, so zeigte sich bei diesem Stern völliges Übereinstimmen des Wertes $l_{\text{Min.}}$ mit den Cepheiden, so dass also auch hier die hellen Teile der Oberfläche bei einem dem Mittelwert 38°5 nahen Werte von λ ihre Grenzen haben. Aber das Maximum des Lichtes tritt erst beim Durchgang der Zone $\lambda = 121°2$ durch den Visionsradius ein; mithin wäre bei diesem Stern die nachfolgende Grenze die hellere und nicht wie bei den Cepheiden die in Rotationsrichtung vorangehende.

Fasst man die gefundenen Resultate nochmals zusammen, so hat man auf der Oberfläche der gleichmässig rotierenden helleren Komponente eine Zone grösserer Intensität, die im Mittel durch die beiden Meridiane $\lambda = 38°5$ und $\lambda = 138°0$ begrenzt ist. Innerhalb dieser Zone ist die Helligkeit

nicht konstant, sondern das Maximum liegt im allgemeinen nahe bei der voraufgehenden Grenze $\lambda = 38°5$, von wo aus die Helligkeit in Richtung der Rotation sehr schnell, in entgegengesetzter Richtung dagegen langsam abnimmt, so dass die Grenze der Zone $\lambda = 138°0$ im allgemeinen nicht deutlich ausgeprägt ist, während die vorangehende Grenze sehr scharf markiert ist. Nur bei einigen Sternen ist auch die zweite Grenze etwas schärfer ausgeprägt und gibt sodann Anlass zu sekundären Wellen auf dem absteigenden Ast der Lichtkurve. Bei ζ Geminorum liegt die Maximalhelligkeit ungefähr bei $\lambda = 121°2$, so dass bei diesem Stern das Intensitätsmaximum erst mit dem Durchgang dieser Zone durch den Zentralmeridian eintritt.

Vergleicht man zum Schluss die Intensitätsverteilung mit der Stellung des Trabanten relativ zum Hauptkörper und mit der Richtung des Apex der Bewegung der hellen Komponente so ergibt sich folgendes:

Zur Zeit des Periheldurchgangs befindet sich der Begleiter in der Apsidenlinie, steht also in der Ebene des Nullmeridians. Infolge der Elliptizität der Bahn weicht aber der wahre Ort ausserhalb der Apsidenlinie von dem mittleren ab; bei einer Exzentrizität $e = 0.35$, wie sie im Mittel bei den Cepheiden vorhanden ist, beträgt diese Abweichung im Max. $\pm 40°7$, so dass die Teile der Oberfläche der hellen als gleichmässig rotierend angenommenen Komponente, die dem Begleiter jeweils gegenüberliegen, begrenzt sind durch die beiden Meridiane $\lambda = 40°7$ und $\lambda = 319°3$.

Es ist nun bewerkenswert, dass das Intensitätsmaximum, für das oben im Mittel $\lambda = 38°5$ gefunden wurde, auf den ersten dieser beiden Werte fällt; dort fanden nach früherem die schroffsten Intensitätsänderungen statt. Ob diese Intensitätsverteilung sich eventuell durch Annahme von Gezeitenwirkungen erklären lässt, habe ich nicht weiter verfolgt.

Jedenfalls lässt sich die oben gefundene Intensitätsverteilung schwerlich mit der Hypothese der Bewegung im widerstehenden Medium, wie sie von Duncan (Lick Bull. Nr. 151) und Curtiss (Lick Bull. Nr. 62) aufgestellt ist, vereinigen. Nach dieser Hypothese müsste das Intensitätsmaximum auf der Oberfläche in der Nähe des Apex der Bewegung, also bei $\lambda = 90°$ liegen. Oben wurde für die Zone grösster Helligkeit $\lambda = 38°5$ erhalten. Die Abweichung liesse sich nur durch Einführung weiterer Hypothesen erklären. Abgesehen von anderen schwerwiegenden Gründen (siehe Ludendorff A. N. Bd. 184 Nr. 4415) wird auch bei Benutzung der neuen Elemente durch die Untersuchung der Hauptphasen des Lichtwechsels die Hypothese der Bewegung im widerstehenden Mittel nicht bestätigt.

Lebenslauf.

Ich, Hermann Hinrich Peter Johannes Hellerich, evangelischer Konfession, wurde am 11. Februar 1888 zu Hamburg als Sohn des Schiffskapitäns Johannes Hellerich geboren. Michaelis 1906 bestand ich auf der Oberrealschule auf der Uhlenhorst in Hamburg mein Abiturientenexamen. Ich widmete mich dem Studium der Astronomie, Mathematik und Physik und studierte vier Semester in Jena und dann acht Semester in Berlin.

Ich besuchte in Jena die Vorlesungen der Herren Auerbach, Frege, Haussner, Knopf, Thomae und Winckelmann.

In Berlin besuchte ich die Vorlesungen der Herren Bauschinger, F. Cohn, Förster, Hellmann, Helmert, Less, Lehmann-Filhés, Krigar-Menzel, Riehl, Scheiner, Struve, Stumpf, Thiele und Witt.

All den genannten Herren sage ich meinen aufrichtigen Dank, insbesondere Herrn Geh. Regierungsrat Prof. Dr. Struve, welcher meine Studien in jeder Weise zu fördern bestrebt war, für seine vielseitige Anregung und stets bereite Unterstützung.